I . $\boxed{\text{ETUDE DU CAS PARTICULIER } n = 8 \text{ et } t = 3}$.

Les tirages étant effectués successivement et avec remise, on peut considérer comme univers des possibles Ω l'ensemble des 3-listes formées d'entiers compris entre 1 et 8, soit $\Omega = [\![1,8]\!]^3$ et alors card $\Omega = 8^3$. En l'absence d'indications contraires, on peut envisager de probabiliser Ω à l'aide de la probabilité uniforme P ; alors, $\forall E \subset \Omega : P(E) = \text{card } E / \text{card } \Omega = \text{card } E / 8^3$.

1. Le <u>cas d'un ordre strictement croissant</u> est le plus facile à résoudre si l'on remarque que se donner un triplet (a,b,c) tel que $1 \le a < b < c \le 8$ équivaut à se donner une partie à 3 éléments de $[\![1,8]\!]$ (en effet, une partie à 3 éléments de $[\![1,8]\!]$ est constituée de trois entiers distincts 2 à 2 que l'on peut donc classer en ordre strictement croissant pour former un unique triplet (a,b,c) ; inversement, tout triplet (a,b,c) tel que $1 \le a < b < c \le 8$ est formé de 3 entiers distincts 2 à 2 donc conduit à une unique partie formée de ces trois mêmes éléments : $\{a,b,c\}$).

   La probabilité cherchée est donc $\binom{8}{3} \Big/ 8^3$ ie $\boxed{7/64}$.

2. Le cas d'un ordre croissant est plus délicat car il peut y avoir répétition d'un même nombre dans le triplet et l'astuce précédente ne fonctionne plus. On peut se ramener cependant au cas précédent à l'aide d'une nouvelle astuce : en remarquant que $1 \le a \le b \le c \le 8 \Leftrightarrow 1 \le a < b+1 < c+2 \le 10$, on met en évidence une bijection entre l'ensemble des triplets (a,b,c) tels que $1 \le a \le b \le c \le 8$ et l'ensemble des triplets (α,β,γ) tels que $1 \le \alpha < \beta < \gamma \le 10$.

   La probabilité cherchée est alors, d'après 1. : $\binom{10}{3} \Big/ 8^3$ ie $\boxed{15/64}$.

II. $\boxed{\text{CAS GÉNÉRAL}}$.

3. Si les solutions proposées en partie I ont convaincu le lecteur, il ne devrait pas éprouver de difficulté à obtenir $\boxed{\binom{n}{t} \Big/ n^t}$ (ordre strict) et $\boxed{\binom{n+t-1}{t} \Big/ n^t}$ (ordre large).

4. Cette fois-ci, il convient de choisir pour Ω l'ensemble des t-listes sans répétition d'éléments choisis dans $[\![1,n]\!]$ auquel cas $t \le n$ et card $\Omega = A_n^t$.

   Puisqu'il n'y a plus remise, les t nombres obtenus sont distincts 2 à 2 et la condition d'ordre croissant est équivalente à celle d'ordre strictement croissant : les deux événements à étudier sont donc identiques et ont par conséquent même probabilité, à savoir : $\binom{n}{t} \Big/ A_n^t = \binom{n}{t} \Big/ \left[t! \binom{n}{t} \right] = \boxed{\frac{1}{t!}}$.

   NB : qu'y a-t-il a de surprenant a priori dans le résultat obtenu ? Le lecteur saura-t-il en expliquer la raison ?